

一种快速、高精度的 LFM 参数估计算法

黄克骥, 李立萍, 陈天麒

(电子科技大学电子工程系, 四川成都 610054)

摘要: 为实现线性调频信号参数的快速、准确估计, 本文通过分段解线调和直接解线调建立了频域波束空间方程, 并利用 Beamspace-ESPRIT 获得了调频斜率和初始频率的估计。仿真实验显示算法计算量较小, 性能优良, 估计精度接近 CRB 界。

关键词: 线性调频信号; 波束空间; 调频斜率; 初始频率

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 03-0377-04

A Fast, High Performance Algorithm for Parameter Estimation of LFM Signals

HUANG Ke-ji, LI Li-ping, CHEN Tian-qi

(Dept. of Electronic Engineering, UESTC, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: To realize a fast and accurate parameter estimation of LFM signals, the paper constructs beamspace equations in frequency domain by subsection dechirp and direct dechirp. Then Beamspace-ESPRIT is used to estimate the chirp rate and initial frequency. Simulation shows the proposed method has a low computational cost and high performance close to CRB.

Key words: chirp signals; beamspace; chirp rate; initial frequency

1 引言

线性调频信号 (LFM) 在雷达和通信等领域有着极其广泛的运用。初始频率和调频斜率作为表征线性调频信号频率特性的基本参数, 其估计问题一直是信号处理的重要研究内容。传统的估计方法大都基于极大似然估计 (ML)^[1~3], 其估计精度逼近 CRB 界, 但搜索量极大而不利于工程实现。线性调频信号在时频域内的聚焦特性提供了参数估计的时频方法, 如 Randor Wigner 变换 (RWT), Radon-Ambiguity 变换 (RAT)^[4,5], 分数阶傅立叶变换 (FRFT)。其中 RAT 和 FRFT 都为二维搜索, 运算量与 ML 相比有较大减少, 但仍然需要繁琐的搜索和计算。分段解线调、直接解线调和最近提出的离散 chirp 变换^[6]计算量较小, 但是估计精度和分辨率较差。为实现计算量和性能的一种较好的结合, 本文分别通过分段解线调和直接解线调建立了频域波束空间方程, 利用 Beamspace-ESPRIT (BSE) 获得了调频斜率和初始频率的估计。整个算法对参数的估计通过计算完成, 摆脱了复杂的搜索过程和 FFT 谱峰确定参数值的粗糙估计方法, 因此在计算量很小的同时获得了较高的估计精度。结果表明本文算法在多信号条件下估计性能接近 CRB 界。为增加算法的通用性和实用价值, 本文还研究了线性调频信号参数无模糊估计的条件, 并给出了一种欠采样条件下初始频率估计解模糊的方法。

2 数据模型

假设由 P 个宽带线性调频信号和噪声构成的时间序列为

$$x(t) = \sum_{m=1}^P s_m(t) + v(t) \quad (1)$$

$$s_m(t) = A_m e^{j(2f_{m0}t + k_m t^2)}, \quad m = 1, 2, \dots, P \quad (2)$$

这里的 $\{s_m(t)\}_{m=1}^P$ 为互不相关的宽带线性调频信号, $\{A_m\}_{m=1}^P$ 为包含信号幅度和初相的常数项, $\{f_{m0}\}_{m=1}^P, \{k_m\}_{m=1}^P$ 分别是信号的初始频率、调频斜率。 $v(t)$ 为相互独立且与信号无关的零均值高斯白噪声。

假设采样率为 f_s , 对式 (1) 进行离散化 ($t = nT_s = n/f_s$), 得

$$x(n) = \sum_{m=1}^P s_m(n) + v(n) \quad (3)$$

其中
$$s_m(n) = A_m e^{j\left[2\frac{f_{m0}}{f_s}n + \frac{k_m}{f_s^2}n^2\right]}, \quad m = 1, 2, \dots, P \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出, 离散化会带来参数估计的模糊, 对于初始频率 f_{m0} , 当欠采样时, 即 $f_{m0} > f_s$, f_{m0} 估计会出现模糊。

设
$$f_{m0} = L * f_s + F_{m0} * f_s \quad (5)$$

其中 L 为整数, $F_{m0} = \text{mod}\left(\frac{f_{m0}}{f_s}\right)$ 为信号的数字初始频率, $\text{mod}()$ 表示求余运算。数字初始频率 F_{m0} 是实际估计出的, 要获得对初始频率 f_{m0} 的估计, 还要确定整数 L 的值, 即确定 f_{m0} 于那个“区间”。

再研究调频斜率 k_m , 记数字调频斜率 $K_m = k_m/f_s^2$, 观察式 (4), 不难发现当 $K_m \geq 2$ 时, k_m 估计存在模糊, 反之则无模糊。设数据长度为 N , 对应带宽为 B_m , 带宽和调频斜率满足关系 $k_m = B_m f_s / N$, 在实际工程应用中, 为了防止频谱混叠, 即



设在欠采样情况下, 采样频率 f_s 也满足带通采样定律: $f_s > B_m$, 则数字调频斜率 $K_m = k_m/f_s^2 = B_m/(Nf_s) < 1/N < 2$, 因此调频斜率 k_m 的估计不存在模糊。

综上所述, 初始频率 f_{m0} 在欠采样条件下存在模糊, 需要确定其模糊区间, 而调频斜率 k_m 不存在模糊, 可以直接估计。在以后的计算中, 信号参数都表示成数字初始频率和数字调频斜率的形式:

$$s_m(n) = A_m e^{j(2 F_{m0} n + K_m n^2)}, \quad m = 1, 2, \dots, P \quad (6)$$

3 调频斜率估计

3.1 分段解线调及频域波束空间数据模型

假设数据长度 N 为偶数, 对时间序列 $x(n)$ 进行分段解线调:

$$z(n) = x(n + N/2) x^*(n) \quad (7)$$

将式(3)、(6)代入式(7), 得:

$$z(n) = \sum_{m=1}^P e^{j K_m N n} SS_m(N) + c(n) \quad (8)$$

$$SS_m(N) = |A_m|^2 e^{j(F_{m0} N + K_m N^2/4)} \quad (9)$$

$c(n)$ 为信号的交叉项以及噪声构成的干扰成份。

分段解线调后时间序列 $z(n)$ 的数据长度变短为 $N_1 = N/2$ 。为了提高频率分辨力和精度, 可以在 $z(n)$ 后补零使数据总长度变为 $N_2 (N_2 > N_1)$, 并作 N_2 点 FFT

$$Z(k) = \sum_{m=1}^P SS_m(N) e^{j K_m N_1 n} e^{-j \frac{k}{N_2} n} + C_i(k) \quad (10)$$

$$= \sum_{m=1}^P SS_m(N) \text{sinc} \left(K_m N_1 - \frac{k}{N_2} \right) + C_i(k) \quad (10)$$

$$\text{sinc}(f) = e^{j(N_1-1)f} \frac{\sin(N_1 f)}{\sin(f)} \quad (11)$$

简单地在频域中搜索出各个信号谱峰的位置。但是多信号条件下分段解线调存在信号之间的交叉项, 这些交叉项会在频谱上产生虚假谱峰, 因此排除虚假谱峰是必要的。直接解线调作为一次线性变换不会产生交叉项, 可以作为判别虚假谱峰的一种手段。具体步骤如下:

(1) 对分段解线调的输出作 FFT, 计算出各个谱峰所对应的数字调频斜率 (包括虚假谱峰), 假设这些调频斜率值为 $\{H_i\}_{i=1}^G (G > P)$ 。

(2) 利用 $\{H_i\}_{i=1}^G$ 逐一对时间序列进行直接解线调操作, 并作 FFT: $\text{FFT}(x(n) e^{-j H_i n^2})$, 如果 H_i 对应真实谱峰, 则存在信号被解线调, 其 FFT 会出现冲激状的谱峰, 如果 H_i 对应虚假谱峰, 则没有信号被解线调, 其 FFT 不会出现谱峰 (可以加一定门限进行判定), 此 H_i 应该排除。

现假设第 m 信号谱峰的频率位置为 k_0 , 并且该谱峰下仅有一个信号 (对于一个谱峰下存在多个信号的问题可以通过文[7]介绍的逐次滤波实现分离信号)。在该谱峰上加一单边宽度为 $L_1 (L_1$ 很小) 的单位矩形窗, 把第 m 信号谱峰附近的点截取出来。窗函数包含了第 m 信号的能量, 而过滤掉其他信号能量, 因此暂不考虑其他信号成份和交叉项的影响。则加窗截取后的数据向量为:

$$Z_{k_0} = [Z(k_0 - L_1), \dots, Z(k_0), \dots, Z(k_0 + L_1)]^T \quad (12)$$

由式(10)、(12), 且忽略干扰影响, 可得:

$$Z_{k_0} = SS_m(N) d(K_m) \quad (13)$$

$$d(K_m) = \left[\text{sinc} \left(K_m N_1 - \frac{k_0 - L_1}{N_2} \right), \dots, \text{sinc} \left(K_m N_1 - \frac{k_0}{N_2} \right), \dots, \text{sinc} \left(K_m N_1 - \frac{k_0 + L_1}{N_2} \right) \right]^T \quad (14)$$

式(13)为基于分段解线调的频域波束空间数据模型, 其中向量 $d(K_m)$ 含有调频斜率参数 K_m , 因此可以从 $d(K_m)$ 间接估计出调频斜率参数。

3.2 基于 Beamspace-ESPRIT 的调频斜率估计

观察式(13) 频率波束空间模型, 不难发现数据向量 Z_{k_0} 与向量 $d(K_m)$ 仅相差一个常数系数, 而 $d(K_m)$ 具有 Beamspace 结构, 因此可以采用 Beamspace-ESPRIT 算法^[8]从式(13)中估计出第 m 信号的数字调频斜率为

$$K_m = \frac{1}{2N_1} \text{angle} \{ Z_{k_0}^H \mathbf{1} P Z_{k_0} \} \quad (15)$$

其中 $\text{angle}()$ 表示求相位运算,

$$\mathbf{1} = \text{diag} \left\{ e^{-j \frac{k_0 - L_1}{N_2}}, \dots, e^{-j \frac{k_0}{N_2}}, \dots, e^{-j \frac{k_0 + L_1}{N_2}} \right\}, \text{变换矩阵}$$

$$P = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L_1} - \frac{1}{L_1} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \\ \mathbf{I}_{L_1} - \frac{1}{L_1} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \end{bmatrix}, N_2 = N_1 \\ \mathbf{I}_{L_1} - A(A^H A)^{-1} A^H, N_2 > N_1 \end{cases} \quad (16)$$

其中 \mathbf{I}_{L_1} 为 $(2L_1 + 1) \times (2L_1 + 1)$ 的单位阵, $\mathbf{1}$ 为 $(2L_1 + 1) \times 1$ 的列向量, 所有元素为 1, 记矩阵 $A = [\mathbf{1}, \dots]$, 其中:

$$= [e^{-j \frac{k_0 - L_1}{N_2} N_1}, \dots, e^{-j \frac{k_0}{N_2} N_1}, \dots, e^{-j \frac{k_0 + L_1}{N_2} N_1}]^T$$

由数字调频斜率与调频斜率的换算关系, 可得:

$$k_m = \frac{f_s^2}{2N_1} \text{angle} \{ Z_{k_0}^H \mathbf{1} P Z_{k_0} \} \quad (17)$$

4 初始频率估计

4.1 数字初始频率估计

由已估计出的 K_m 对时间序列 $x(n)$ 解线调, 得

$$w(n) = x(n) e^{-j K_m n^2} \quad (18)$$

对 $w(n)$ 作 FFT, 设其频谱数据向量为 W , 找到谱峰位置 l_0 , 加单边长 L_2 的窗函数获取数据向量:

$$W_{l_0} = [W(l_0 - L_2), \dots, W(l_0), \dots, W(l_0 + L_2)]^T = A_m d d(F_{m0}) \quad (19)$$

$$d d(F_{m0}) = \left[\text{sinc} \left(F_{m0} - \frac{l_0 - L_2}{N} \right), \dots, \text{sinc} \left(F_{m0} - \frac{l_0}{N} \right), \dots, \text{sinc} \left(F_{m0} - \frac{l_0 + L_2}{N} \right) \right]^T \quad (20)$$

上式中 $\text{sinc}(f) = e^{j(N-1)f} \frac{\sin(Nf)}{\sin(f)}$

式(19)与式(13)形式相同, 运用 Beamspace-ESPRIT 算法估计第 m 信号的数字初始频率 F_{m0} 得:

$$F_{m0} = \frac{1}{2} \text{angle} \left\{ W_{l_0}^H \mathbf{1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L_2} - \frac{1}{L_2} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \\ \mathbf{I}_{L_2} - \frac{1}{L_2} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \end{bmatrix} W_{l_0} \right\} \quad (21)$$

$$\mathbf{1} = \text{diag} \left\{ e^{-j \frac{l_0 - L_2}{N}}, \dots, e^{-j \frac{l_0}{N}}, \dots, e^{-j \frac{l_0 + L_2}{N}} \right\} \quad (22)$$

式(22)为 FFT 没有补零时的计算公式,此时 $P = L_{L_2} - \frac{1}{L_2} \mathbf{1}\mathbf{1}^T$,

如果对数据 $w(n)$ 进行的是补零 FFT 运算,则应根据式(16)选

4.2 初始频率的估计及解模糊

在欠采样条件下,获得信号的数字初始频率 F_{m0} 后,根据式(5)还需确定整数 L 的值,才能计算出信号的初始频率.下面提出一种基于延时法的 L 估计方法.

将 $x(t)$ 延时 (极小, f_{m0} 相对于 不模糊),

$$x_1(t) = x(t - \tau) = s_m(t - \tau) + s_{other}(t - \tau) = e^{-j2\pi f_{m0}\tau} e^{-j2\pi k_m t + j2\pi k_m \tau} s_m(t) + s_{other}(t - \tau) \quad (23)$$

其中 $s_{other}(t)$ 为其它信号和噪声.

为了消除含有延时的时变相位成份和延时平方项,对延时输出进行补偿得

$$y_1(t) = e^{j2\pi k_m \tau - j2\pi k_m^2 \tau t} x_1(t) = e^{-j2\pi f_{m0}\tau} s_m(t) + e^{j2\pi k_m \tau - j2\pi k_m^2 \tau t} s_{other}(t - \tau) \quad (24)$$

对 $x(t)$ 和 $y_1(t)$ 分别乘以第 m 信号的解线调因子再作 FFT,得:

$$X(k) = \text{FFT}(x(t) e^{-j2\pi k_m t}), Y_1(k) = \text{FFT}(y_1(t) e^{-j2\pi k_m t}) \quad (25)$$

$X(k)$ 和 $Y_1(k)$ 的谱峰位置为 g_0 , 则 f_{m0} 的估计值

$$f_{m0} = \frac{1}{2} (\text{angle}(X(g_0) Y_1^*(g_0))) \quad (26)$$

式(26)的估计值较为粗糙,但是它是无模糊的,因此它可以确定 f_{m0} 所在区间, $L = \text{floor}(f_{m0}/f_s)$

$\text{floor}(x)$ 取小于 x 的最大整数

$$\text{由此可得: } f_{m0} = \text{floor}(f_{m0}/f_s) \times f_s + F_{m0} \times f_s \quad (28)$$

5 线性调频信号参数估计的 CRB

CRB 界是参数估计性能的最优界限,下面给出线性调频信号参数估计 CRB 界矩阵的表达式,其详细的推导过程请见附录.为了表示的方便,记信号常数项向量 $A = [A_1, A_2, \dots, A_p]^T$, 数字初始频率向量 $F_0 = [F_{10}, A_{20}, \dots, A_{p0}]^T$, 数字调频斜率向量 $K = [K_1, K_2, \dots, K_p]^T$, 常数项归一化的信号向量未知参数向量 $S(n) = [ss_1(n), ss_2(n), \dots, ss_p(n)]^T$. 其中 $ss_m(n) = e^{j(2\pi F_{m0}n + \pi K_m n^2)}$, 未知参数向量 $\theta = [\text{Re}(A)^T, \text{Im}(A)^T, F_0^T, K^T, \tau^T]^T$.

则 CRB 界矩阵为 Fisher 信息矩阵的逆矩阵

$$\text{CRB} = F^{-1} = \begin{bmatrix} F_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \frac{4}{N} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\text{其中 } F_1 = \begin{bmatrix} F_{AA} & F_{AF_0} & F_{AK} \\ F_{AF_0}^T & F_{F_0 F_0} & F_{F_0 K} \\ F_{AK}^T & F_{F_0 K}^T & F_{KK} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$F_{AA} = \frac{2}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N Q^H S(n) * S(n)^T \right\} \quad (31)$$

$$F_{AF_0} = \frac{2}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N j 2\pi n Q^H S(n) * S(n)^T \right\} \quad (32)$$

$$F_{AK} = \frac{2}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N j n^2 Q^H S(n) * S(n)^T \right\} \quad (33)$$

$$F_{F_0 F_0} = \frac{2}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N 4\pi^2 n^2 Q^H S(n) * S(n)^T \right\} \quad (34)$$

$$F_{F_0 K} = \frac{2}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N 2\pi^2 n^3 Q^H S(n) * S(n)^T \right\} \quad (35)$$

$$F_{KK} = \frac{2}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N 2\pi^2 n^4 Q^H S(n) * S(n)^T \right\} \quad (36)$$

其中 $Q = [1, j1]$, $\Lambda = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_p)$.

6 仿真实验

假设时间序列由两个等功率线性调频信号和噪声构成,其初始频率为 $f_{10} = 150\text{MHz}$ 和 $f_{20} = 190\text{MHz}$, 调频斜率为 $K_1 = 1.172 \times 10^{13} \text{Hz/s}$ 和 $K_2 = 1.5625 \times 10^{13} \text{Hz/s}$. 噪声为零均值高斯白噪声. 采样频率为 100MHz .

实验 1 改变入射信号信噪比(SNR)从 5dB 到 30dB,以 5dB 为步长,取快拍数为 256. Monte-Carlo 实验次数为 100. 图 1 为调频斜率估计的均方根误差(RMSE)曲线,将本文算法(BSE)和另一种高精度调频斜率估计算法 RAT 的性能进行比较,可以发现 BSE 估计精度非常接近 RAT(在高信噪比时甚至更好),但计算量小得多,因此实用性更强. 图 2 为初始频率估计的均方根误差(RMSE)曲线. 从图 2 中可以看出初始频率估计性能接近 CRB 界,证明了算法的优良性能和有效性.

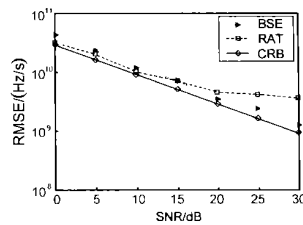


图 1 调频斜率估计的均方根误差随信噪比变化曲线

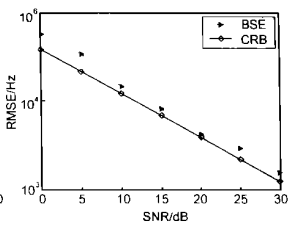


图 2 初始频率估计的均方根误差随信噪比变化曲线

实验 2 固定信噪比为 5dB,保持初始频率和调频斜率不变.快拍数从 128 到 512 点,以 64 为步长变化. Monte Carlo 实验次数为 100. 图 3 为调频斜率估计的均方根误差曲线. 图 4 为初始频率估计的均方根误差曲线. 分段解线调后的数据长度小于 256 点的,采用补零的方法进行 256 点 FFT 运算. 从以上两图可以看出,本文算法对调频斜率和初始频率估计精度

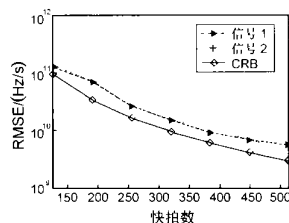


图 3 调频斜率估计的均方根误差随快拍数变化曲线

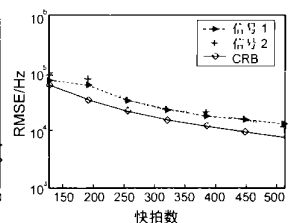


图 4 初始频率估计的均方根误差随快拍数变化曲线

随快拍数的增加而提高. 算法性能总体上接近 CRB 界, 显示出较高的估计精度.

7 结论

在已有的线性调频参数估计方法中, 性能较好的算法普遍需要较为繁琐的搜索过程, 而运算量较小的算法, 一般估计粗糙, 精度较差. 为了取得一种性能和计算量的较好结合, 本文通过分段解线调和直接解线调建立了频域波束空间方程, 利用 BSE 算法实现了线性调频参数的高精度估计. 整个过程排除了搜索过程, 计算量较小, 性能上接近 CRB 界. 算法考虑了欠采样下频率模糊问题和解模糊的方法, 因此具有相当的工程应用价值.

附录 线性调频信号 CRB 界推导

CRB 界为 Fisher 信息矩阵的逆矩阵的对角线元素确定, 下面推导 Fisher 矩阵的元素.

首先定义 $x(n)$ 的信号部分为 $\mu(n) = S^T(n)A$, 则时间序列 $x(n)$ 可表示为下面形式:

$$x(n) = \mu(n) + v(n) \quad (37)$$

其中 $v(n)$ 为高斯白噪声, 因此 $x(n)$ 为高斯过程

$$x(n) \sim N_C(\mu(n), R) \quad (38)$$

N_C 表示高斯过程, $\mu(n)$ 为均值, R 为方差. Fisher 矩阵的元素可以由下面表达式得出:

$$[F]_{l,k} = N \text{trace} \left\{ R^{-1} \frac{\partial R}{\partial l} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial k} \right\} + 2 \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{\partial \mu^H(n)}{\partial l} R^{-1} \frac{\partial \mu(n)}{\partial k} \right\} \quad (39)$$

由式(30)可知 $R = \sigma^2 \mu(n) \mu(n)^H$, 故式(39)可简化为:

$$[F]_{l,k} = \frac{N}{4} \text{trace} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial l^2} \frac{\partial^2}{\partial k^2} \right\} + 2 \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{\partial \mu^H(n)}{\partial l} R^{-1} \frac{\partial \mu(n)}{\partial k} \right\} \quad (40)$$

由于噪声与信号相互独立, 所以

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \frac{N}{4} \end{bmatrix} \quad (41)$$

F_1 定义如式(30).

简单计算可得

$$\frac{\partial \mu^H(n)}{\partial \text{Re}(A)} = S^*(n), \quad \frac{\partial \mu^H(n)}{\partial \text{Im}(A)} = -jS^*(n) \quad (42)$$

$$\text{因此} \quad \frac{\partial \mu^H(n)}{\partial A} = Q^H(n) S^*(n) \quad (43)$$

下面在推导 $\mu(n)$ 对初始频率的偏导数,

$$\frac{\partial \mu^H(n)}{\partial F_{m0}} = -j2 n A_m^* s s_m^*(n) \quad (44)$$

所以

$$\frac{\partial \mu^H(n)}{\partial F_0} = [-j2 n A_1^* s s_1^*(n), -j2 n A_2^* s s_2^*(n), \dots, -j2 n A_P^* s s_P^*(n)]^T = -j2 n^H S^*(n) \quad (45)$$

$$\text{同理} \quad \frac{\partial \mu^H(n)}{\partial K_m} = -j n^2 A_m^* s s_m^*(n) \quad (46)$$

$$\frac{\partial \mu^H(n)}{\partial K} = [-j n^2 A_1^* s s_1^*(n), -j n^2 A_2^* s s_2^*(n), \dots, -j n^2 A_P^* s s_P^*(n)]^T = -j n^2 {}^H S^*(n) \quad (47)$$

将式(42)~(47)代入式(40)可求得 Fisher 矩阵.

参考文献:

[1] T Abatzoglou. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronics Systems, 1986, AES-22(6): 708 - 715.

[2] R M Liang, K S Arun. Parameter Estimation for Superimposed Ship Signals[J]. ASSP, 1992, 5: 273 - 276.

[3] B Volcker, B Ottersten. Linear chirp parameter estimation from multi-channel data[A]. Proceeding of Conference Record of the Thirty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers[C]. California: IEEE Signal Processing Society, 1999, 238 - 242.

[4] M S Wang, A K Chan, C K Chui. Linear frequency-modulated signal detection using radon ambiguity transform[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(3): 571 - 586.

[5] I Raveh, D Mendlovic. New properties of the Radon transform of the cross wigner/ambiguity distribution function[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(7): 2077 - 2080.

[6] X G Xia. Discrete chirp-fourier transform and its application to chirp rate estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(11): 3122 - 3133.

[7] 黄克骥, 田达, 陈天麒. 基于任意阵列形式的宽带线性调频信号参数估计[J]. 电波科学学报, 2003, 10(3): 346 - 351.

[8] M D Zoltowski, C P Mathews. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(10): 2781 - 2794.

作者简介:



黄克骥 男, 1974 年生于重庆市, 电子科技大学博士研究生, 主要从事阵列信号处理及校正, 信号多参量估计, 时频分析等.

李立萍 女, 1963 年生于重庆市, 电子科技大学电子工程学院副教授, 主要从事阵列信号处理、无源定位等方面研究.



陈天麒 男, 1938 年生于四川泸州, 电子科技大学教授、博士生导师, 主要从事自适应信号处理, 阵列信号处理, 信号多参量估计与跟踪, 高阶谱估计, 多传感器数据融合及电子工程系统等方面的研究工作, 已发表学术论文 100 余篇.